

Paralelização de Métodos Numéricos para a Solução de Sistemas de Equações Lineares

André L. Martinotto, Delcino Picinin, Rogério L. Rizzi, Ricardo V. Dorneles, Tiarajú A. Diverio

PPGC, Instituto de Informática, UFRGS
CP 15064, 91501-970, Porto Alegre, RS, Brasil
almartin@inf.ufrgs.br

Resumo

Duas das mais importantes abordagens para a solução de sistemas de equações em paralelo são: a decomposição de dados e a decomposição de domínio. Nesse trabalho é feito um estudo comparativo entre algumas implementações dessas abordagens na solução dos sistemas de equações geradas pela discretização das equações da hidrodinâmica no modelo HIDRA [RIZ 2002]. Todas as implementações foram desenvolvidas para serem executadas em *clusters* de PCs multiprocessados.

Palavras-chave: solução de sistemas de equações em paralelo, modelo HIDRA

Introdução

Fenômenos físicos podem ser modelados matematicamente através de equações diferenciais parciais (EDPs). Essas EDPs são definidas em um espaço contínuo e infinito de pontos e, em geral, não possuem solução analítica. Para a solução das mesmas é necessário que essas sejam discretizadas, o que resulta em sistemas de equações que devem ser resolvidos a cada passo de tempo. Em geral, esses sistemas são de grande porte e esparsos sendo conveniente o uso de processamento paralelo para a solução dos mesmos.

Solução de Sistemas de Equações em Paralelo

Neste trabalho, as soluções dos sistemas de equações foram obtidas, em paralelo, através de duas diferentes abordagens: a decomposição de dados e a decomposição de domínio. Na primeira abordagem é gerado um único sistema para todo domínio e esse é resolvido através de um método numérico paralelizado. No desenvolvimento deste trabalho utilizou-se o método iterativo do gradiente conjugado (GC).

Na segunda abordagem o domínio é particionado em subdomínios e a solução global do domínio é obtida pela combinação apropriada das soluções obtidas em cada um dos subdomínios [SMI 96]. Em particular, neste trabalho, utilizou-se o método aditivo de Schwarz devido ao seu alto grau de paralelismo.

As implementações foram desenvolvidas de modo a explorar o paralelismo em *clusters* de PCs multiprocessados. O Paralelismo inter-nodal é explorado através do uso da biblioteca MPI e o paralelismo intra-nodal é explorado através da biblioteca OpenMP.

Resultados Obtidos

Os algoritmos foram implementados utilizando a linguagem C. Como biblioteca de troca de mensagens foi utilizado o MPICH 1.2.2 e como biblioteca de *threads* utilizou-se o pré-compilador Omni 1.4a. Os testes foram realizados no *cluster labtec* do Instituto de Informática da UFRGS.

Na figura 1 tem-se o tempo de execução das implementações desenvolvidas. Nele observa-se que a implementação do método aditivo de Schwarz apresenta melhor desempenho que o GC paralelo. Isto porque, o método do GC exige um elevado número de produtos escalares a cada iteração e essa operação, quando executada em paralelo, provoca a sincronização de todos os processos.

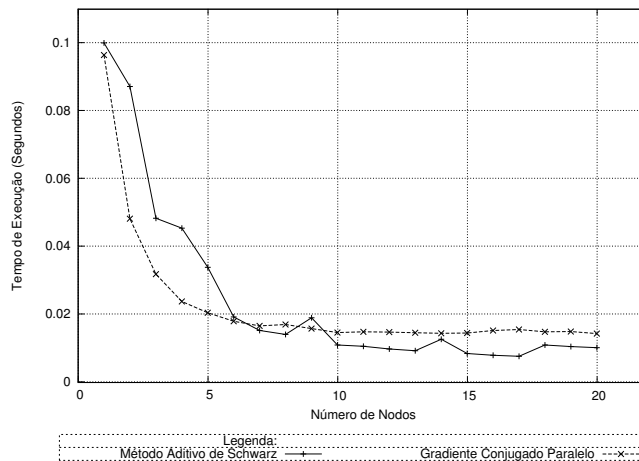


Figura 1: Tempo de Execução - Aditivo de Schwarz x GC Paralelo

Conclusões

Baseado nos resultados obtidos, pode-se concluir que o GC paralelo possui melhor desempenho para um número pequeno de processos. Com o aumento no número de processos o uso do método aditivo de Schwarz torna-se mais vantajoso, isto porque esse apresenta uma maior escalabilidade. Como trabalhos futuros pretende-se implementar e analisar uma abordagem híbrida, nessa um método de decomposição de domínio é utilizado como pré-condicionador para acelerar a convergência de um método iterativo paralelizado via decomposição de dados.

Referências

- RIZZI, R. L. **Modelo Computacional Paralelo para a Hidrodinâmica e para o Transporte de Massa Bidimensional e Tridimensional**. 2002. Tese (Doutorado em Ciência da Computação) — Instituto de Informática, UFRGS, Porto Alegre.
- SMITH, B.; BJORSTAD, P.; GROPP, W. **Domain Decomposition: Parallel Multilevel Methods for Elliptic Partial Differential Equations**. Cambridge: Cambridge University Pres, 1996.