Solução Paralela de Sistemas de Equações através de Métodos Multigrid

Guilherme Galante, Rogério Rizzi, Tiarajú Diverio

PPGC, Instituto de Informática, UFRGS
CP 15064, 91501-970, Porto Alegre, RS
ggalante@inf.ufrgs.br

Introdução

O estudo de sistemas de equações é de grande importância na computação científica, pois estes resultam de modelos discretos provenientes de vários tipos de aplicação, tais como: programação linear, dinâmica dos fluidos, modelagem climática e previsão meteorológica, etc. Muitas aplicações científicas utilizam EDPs em sua formulação, e quando discretizadas, resultam em sistemas de equações altamente esparsos e de grande porte. Levando em consideração estas características, o emprego de métodos iterativos é o mais apropriado para a resolução dos sistemas gerados.

Nesse trabalho são propostos métodos de solução paralela baseado em decomposição de domínio, utilizando técnicas multigrid para a solução de sistemas de equações lineares. Técnicas multigrid envolvem a solução dos sistemas em vários níveis de malha, de modo a acelerar a convergência de métodos iterativos.

Métodos Multigrid

Multigrid são uma classe de métodos que resolvem eficientemente um grande conjunto de equações algébricas através da aceleração da convergência de métodos iterativos padrão. Basicamente, os métodos multigrid consideram uma seqüência de malhas para a solução do sistema de equações. O objetivo é resolver o problema na malha mais fina empregando as demais malhas como esquemas de correção.

O objetivo é resolver as equações em muitas malhas reduzindo todos os componentes de freqüência de erro. Na malha mais refinada os componentes de alta freqüência de erro são efetivamente reduzidos, mas os componentes de baixa freqüência de erro são relativamente difíceis de remover. Iterações a baixo custo computacional, na malha grosseira, rapidamente diminuem os componentes de baixa freqüência de erro.

Existem diferentes algoritmos multigrid conhecidos na literatura técnica. Uma síntese dessas diferentes abordagens podem ser encontradas em [TRO01] . Neste trabalho é utilizado o algoritmo FMV, mostrado na Figura 1. A estratégia FMV inicia na malha mais grossa, para a obtenção de uma solução inicial com baixo custo computacional para os níveis superiores. Então, o número de níveis é decrementado e então, a correção da solução é efetuada. Este processo é repetido até que todos os níveis estejam envolvidos.

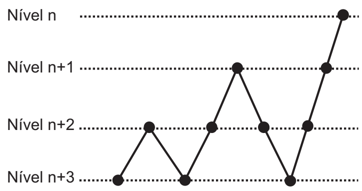

Figura 1: Full Multigrid V

Paralelização dos Métodos

A paralelização do método multigrid FMV, utilizada neste trabalho, é feita através da abordagem de decomposição de domínios (MDD). Um MDD é caracterizado pela divisão do domínio computacional, que é particionado em subdomínios empregando algoritmos de particionamento. A solução global do problema é, então, obtida através da combinação dos subproblemas que são resolvidos localmente. Cada processador é responsável por encontrar a solução local de um ou mais subdomínios, que a ele são alocados e então, essas soluções locais são combinadas para fornecer uma aproximação para a solução global [SMI96].

Os MDDs podem ser divididos em duas classes: os métodos de Schwarz, onde os subdomínios apresentam uma região de sobreposição e os métodos de Schur, onde os subdomínios não apresentam região de sobreposição. Neste trabalho utiliza-se um método com sobreposição, o método Aditivo de Schwarz, e um método sem sobreposição, o método do complemento de Schur.

Mais especificamente utiliza-se duas abordagens de paralelização: MDD-Multigrid e Multigrid-MDD. No esquema MDD-Multigrid, utiliza-se um método multigrid seqüêncial para a solução dos sistemas locais no método Aditivo de Schwarz. Já na segunda abordagem, as resoluções dos sistemas necessárias no método multigrid é feito em paralelo utilizando um MDD, que pode ser tanto o MDD Aditivo de Schwarz, como o método do complemento de Schur.

Comentários Finais

Este trabalho apresentou a paralelizado do método multigrid através de métodos de decomposição de domínio. Estes métodos estarão aptos para a solução de sistemas de equações originados da discretização de equações diferenciais parciais. Para a validação destes métodos, serão utilizados sistemas de equações relacionados aos problemas de trasferência de calor e hidrodinâmica.

Referências

[TRO01] U. TROTTENBERG; C. W. OOSTERLEE; A. SCHULLER. **Multigrid**. 2001.

[SMI96] SMITH, B.; BJORSTAD, P.; GROPP, W. **Domain Decomposition: Parallel Multilevel Methods for Elliptic Partial Differential Equations**. Cambridge: Cambridge University Pres, 1996.